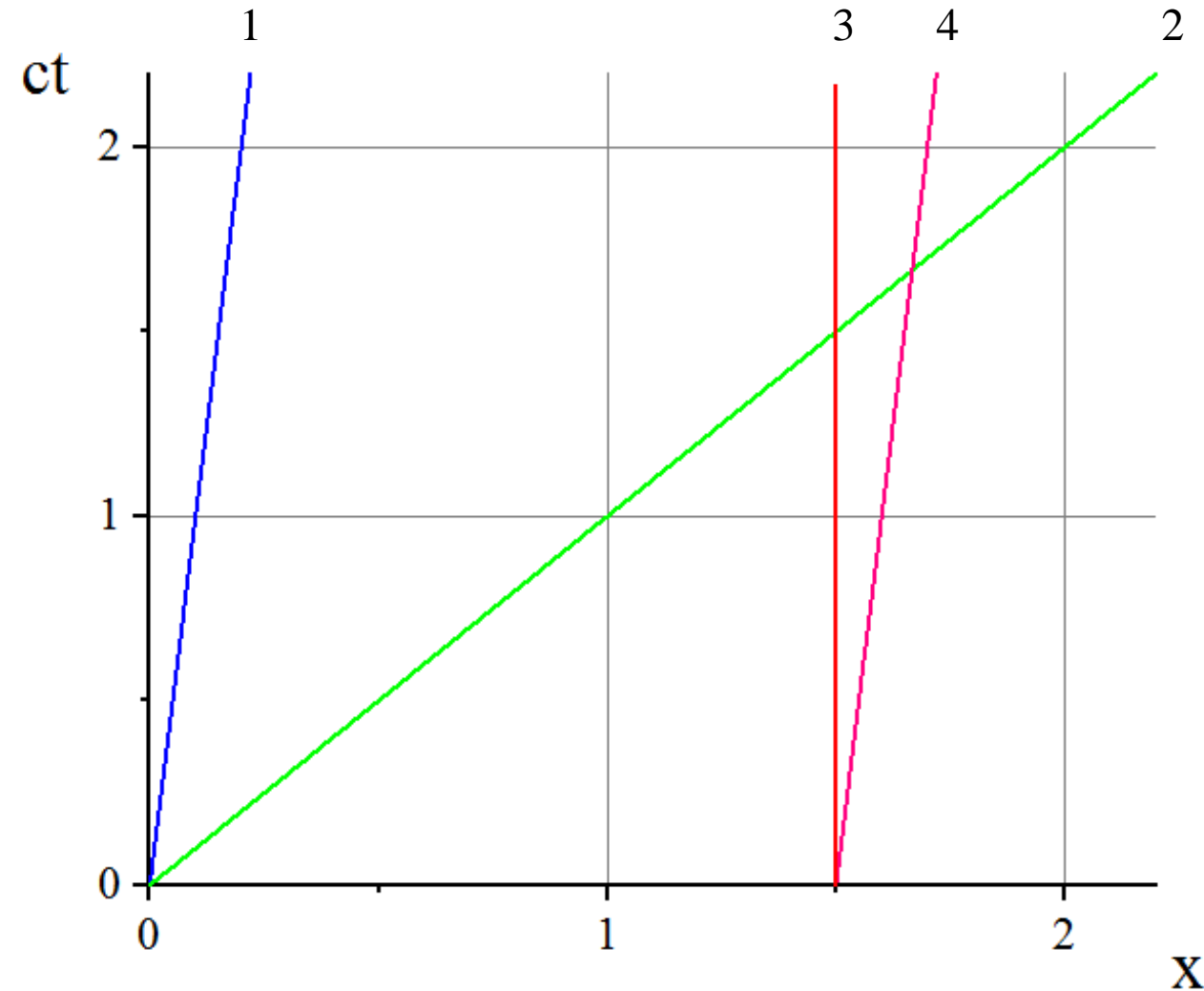


# Diagramy czasowo-przestrzenne

Fizyka 2, sem. letni 2019/20

Dr Wojciech Radosz



1 – stała prędkość wzdłuż osi  $x$ , początkowe położenie:

$$x_0 = 0 \quad ct_0 = 0$$

równanie prostej:

$$ct = \frac{x}{b} \quad b < 1$$

2 – ruch z prędkością światła

$$x = ct$$

3 – spoczynek

4 – ciało rusza z punktu  $x_0 \neq 1$  ze stałą prędkością

Linia świata obserwatora O to oś  $ct$  układu ( $x = 0$ ).

Maksymalna prędkość to  $c$ , więc proste są nachylone pod kątem  $> 45^\circ$

# Obserwator O'

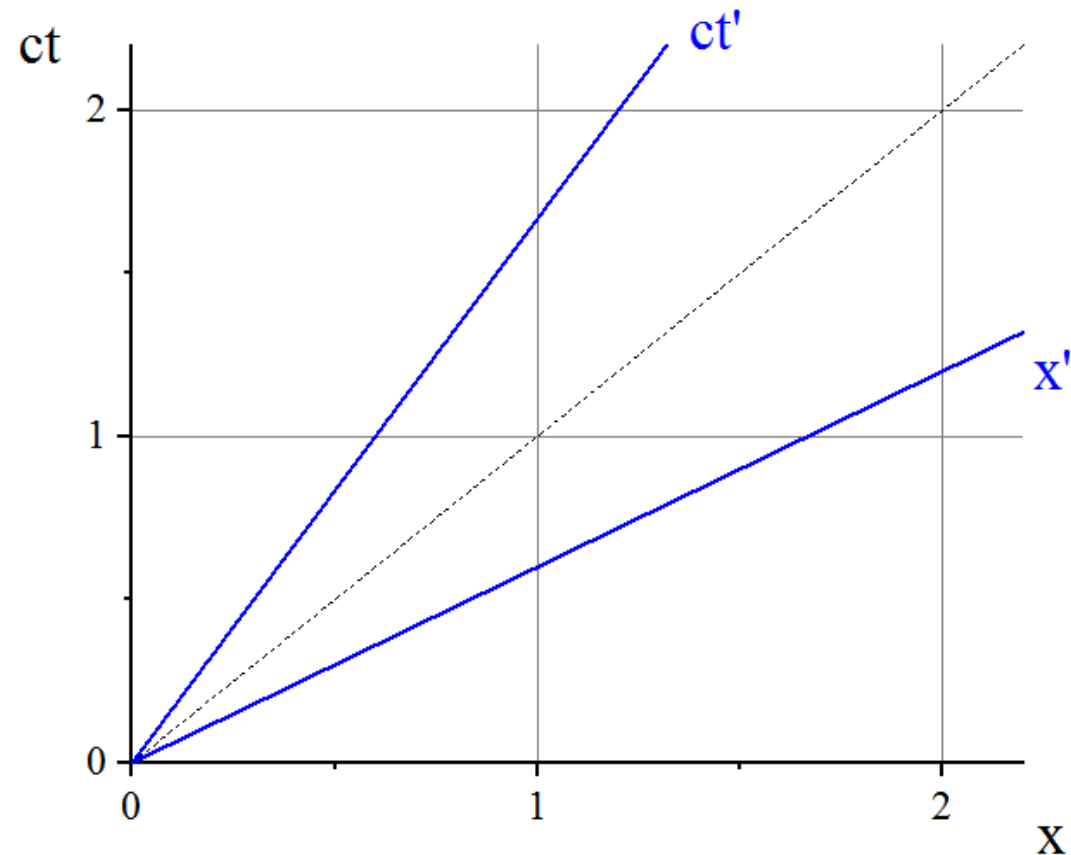
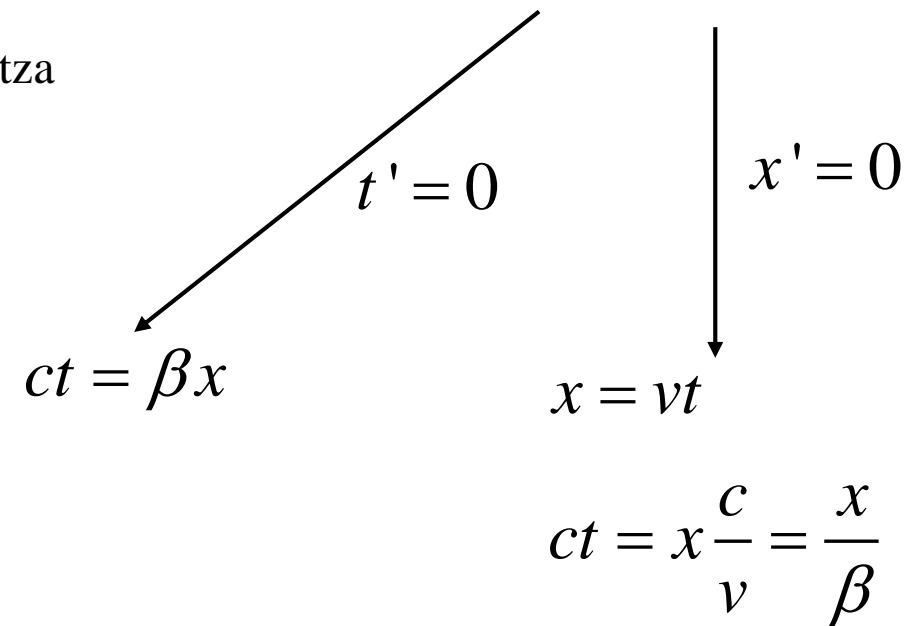
Chcemy przedstawić osie  $x'$  i  $ct'$  obserwatora poruszającego się z prędkością  $V$ .

Oś  $ct'$  spełnia warunek  $x'=0$ , a oś  $x'$  spełnia warunek  $t'=0$ .

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad \beta = \frac{v}{c} < 1$$

$$\begin{cases} x = \gamma x' + \gamma vt' \\ t = \gamma \frac{v}{c^2} x' + \gamma t' \end{cases} \xrightarrow{v \rightarrow -v} \begin{cases} x = \gamma x' + \gamma vt' \\ t = \gamma \frac{v}{c^2} x' + \gamma t' \end{cases}$$

transformacja Lorentza



Wykres został sporządzony dla wartości:  $\beta = 0.6$

# Jednoczesność zdarzeń

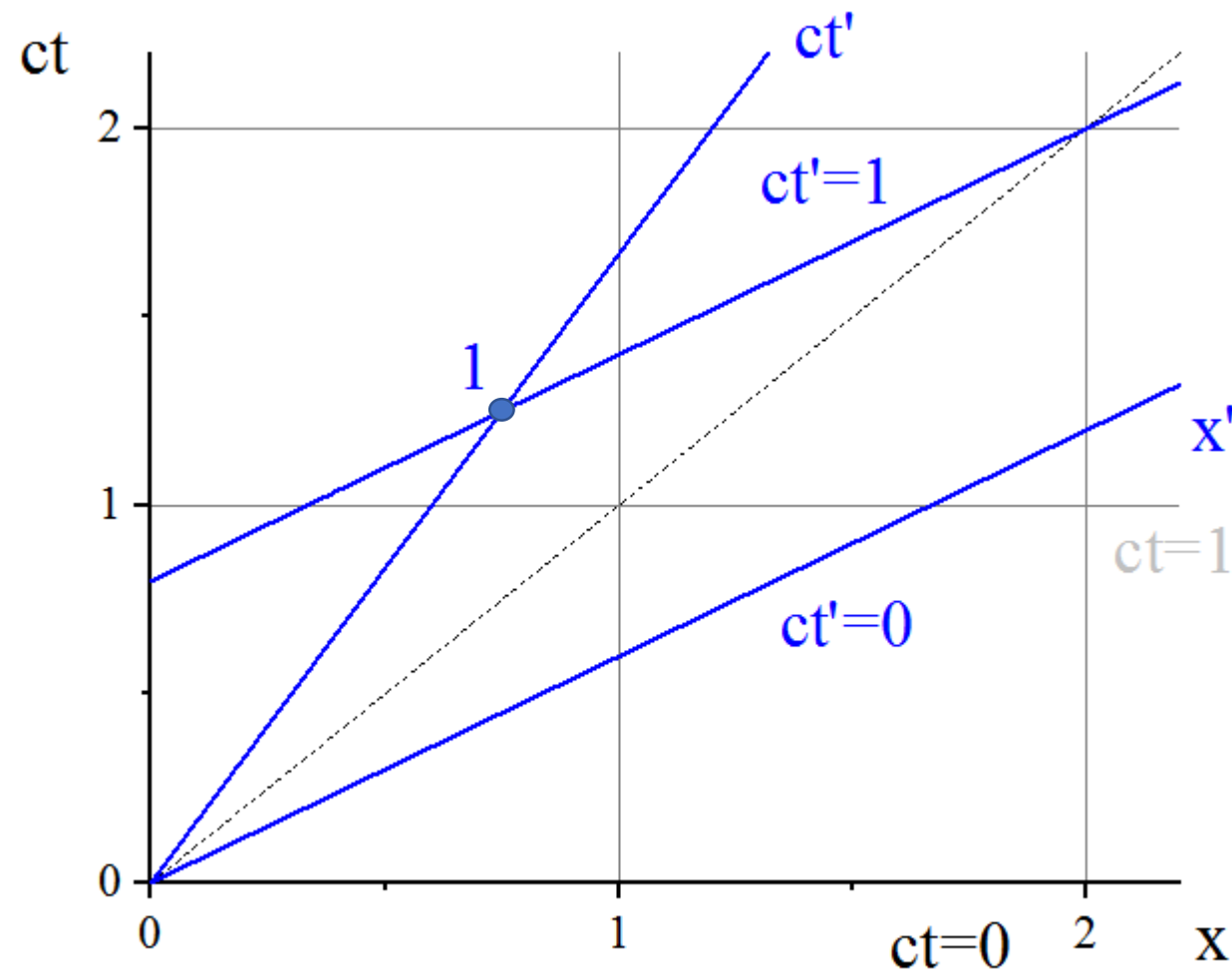
Proste  $ct=1$  oraz  $ct=0$  (czyli oś  $x$ ) opisują zdarzenia jednoczesne dla obserwatora  $O$ .  
 Zdarzenia jednoczesne dla obserwatora  $O'$  to np. oś  $ct'=0$  (oś  $x'$ ). Nie są one  
 jednoczesne dla obserwatora  $O$  – mamy różne rzuty na oś  $ct$ .  
 Kolejnym zdarzeniem jednoczesnym dla obserwatora  $O'$  jest  $ct'=1$ .

$$ct' = 1$$

$$ct' = \gamma(ct - \beta x) = 1$$

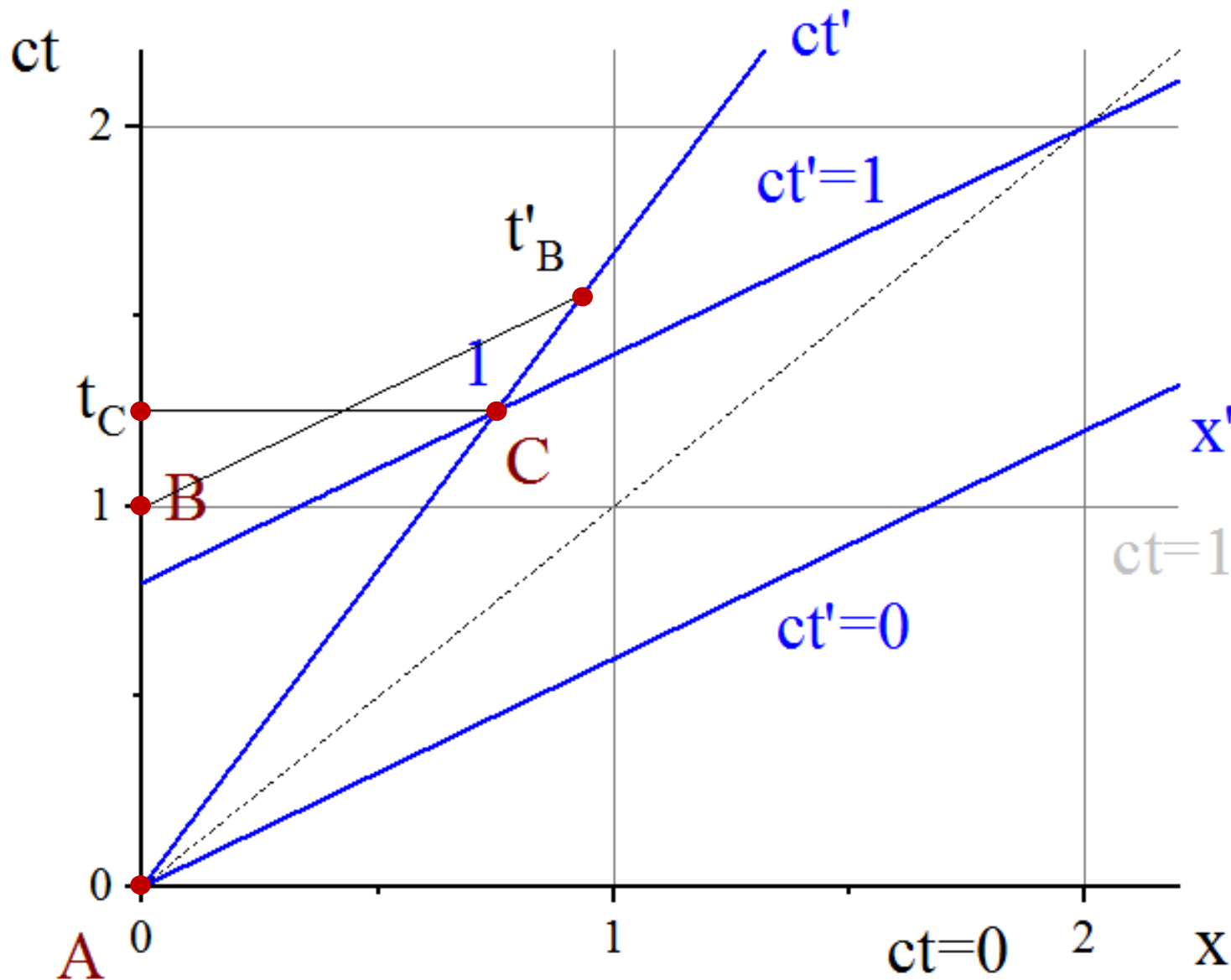
$$ct = \frac{1}{\gamma} + \beta x$$

Jest to równanie prostej  
 równoległej do osi  $x'$ .



Zdarzenia jednoczesne dla obserwatora  $O$  leżą na prostych równoległych do osi  $x$ , a jednoczesne dla obserwatora  $O'$  leżą na prostych równoległych do osi  $x'$ .  
 Widać stąd, że jednoczesność zdarzeń jest względna.  
 Można również zauważyć, że jednostki na osiach  $ct$  i  $ct'$  mają różne długości.

# Dylatacja czasu



Zdarzenia A i B są współpunktowe dla obserwatora  $O$  (leżą w punkcie  $x=0$ ), ale nie dla obserwatora  $O'$ . Współrzędne czasowe tych zdarzeń to:

dla  $O$ :  $t_A = 0, t_B = 1, t_{AB} = 1$

dla  $O'$ :  $t'_A = 0, t'_B > 1, t'_{AB} > 1$

Odstęp czasu pomiędzy zdarzeniami A i B jest krótszy dla obserwatora  $O$ .

Zdarzenia A i C są współpunktowe dla obserwatora  $O'$  (leżą w punkcie  $x'=0$ ). Ich współrzędne czasowe to:

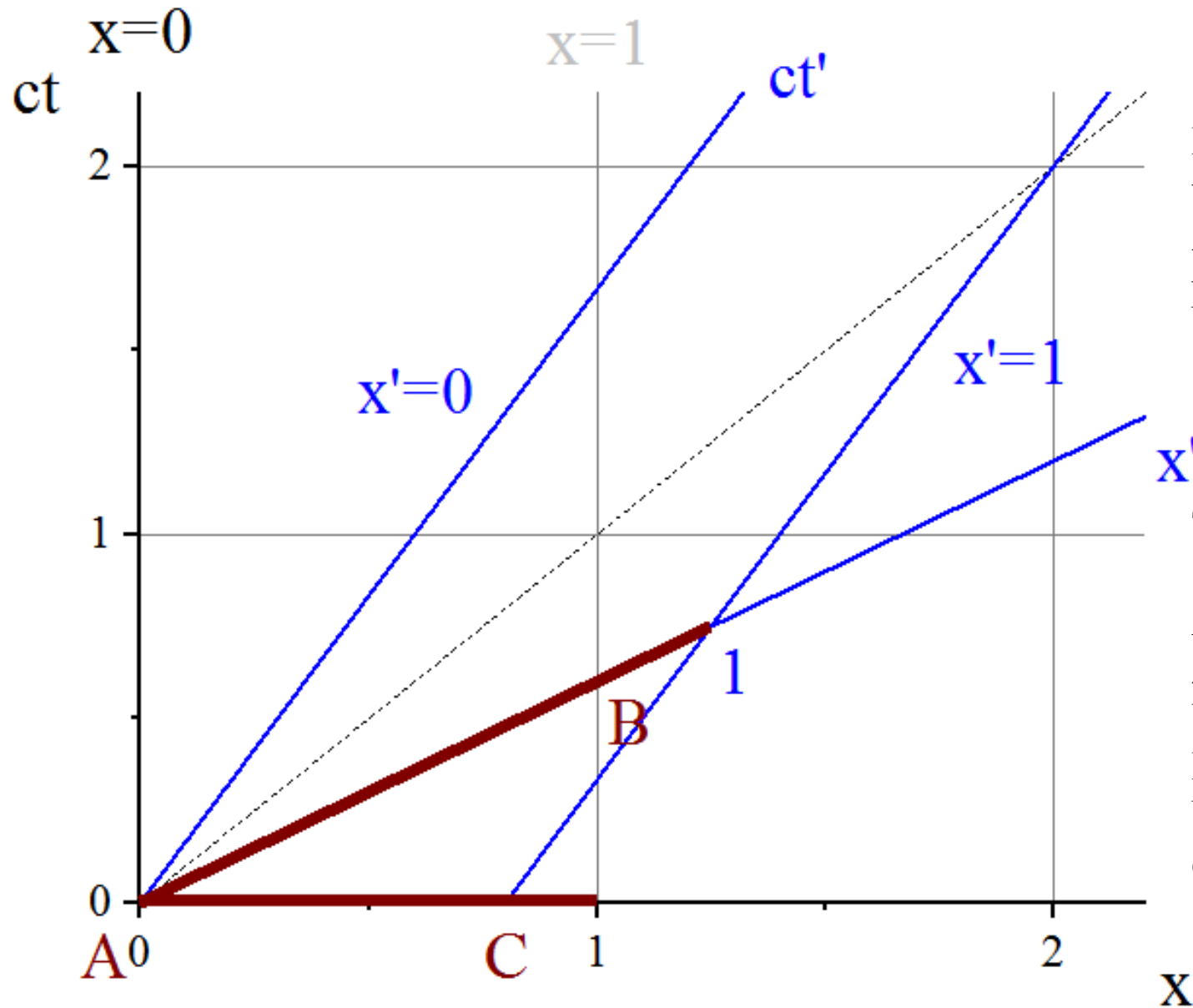
dla  $O'$ :  $t'_A = 0, t'_C = 1, t'_{AC} = 1$

dla  $O$ :  $t_A = 0, t_C > 1, t_{AC} > 1$

Odstęp czasu pomiędzy zdarzeniami A i C jest krótszy dla obserwatora  $O'$ .

**Odstęp czasu jest najkrótszy dla obserwatora, dla którego zachodzą one w tym samym punkcie!**

# Kontrakcja przestrzeni I



Punkty leżące na prostej  $x=0$  (oś  $ct$ ) oraz  $x=1$  są współpunktowe dla obserwatora  $O$ . Analogicznie współpunktowe dla obserwatora  $O'$  są punkty na prostych  $x'=0$  (oś  $ct'$ ) oraz na prostej  $x'=1$ :

$$x' = \gamma(x - \beta ct) = 1$$

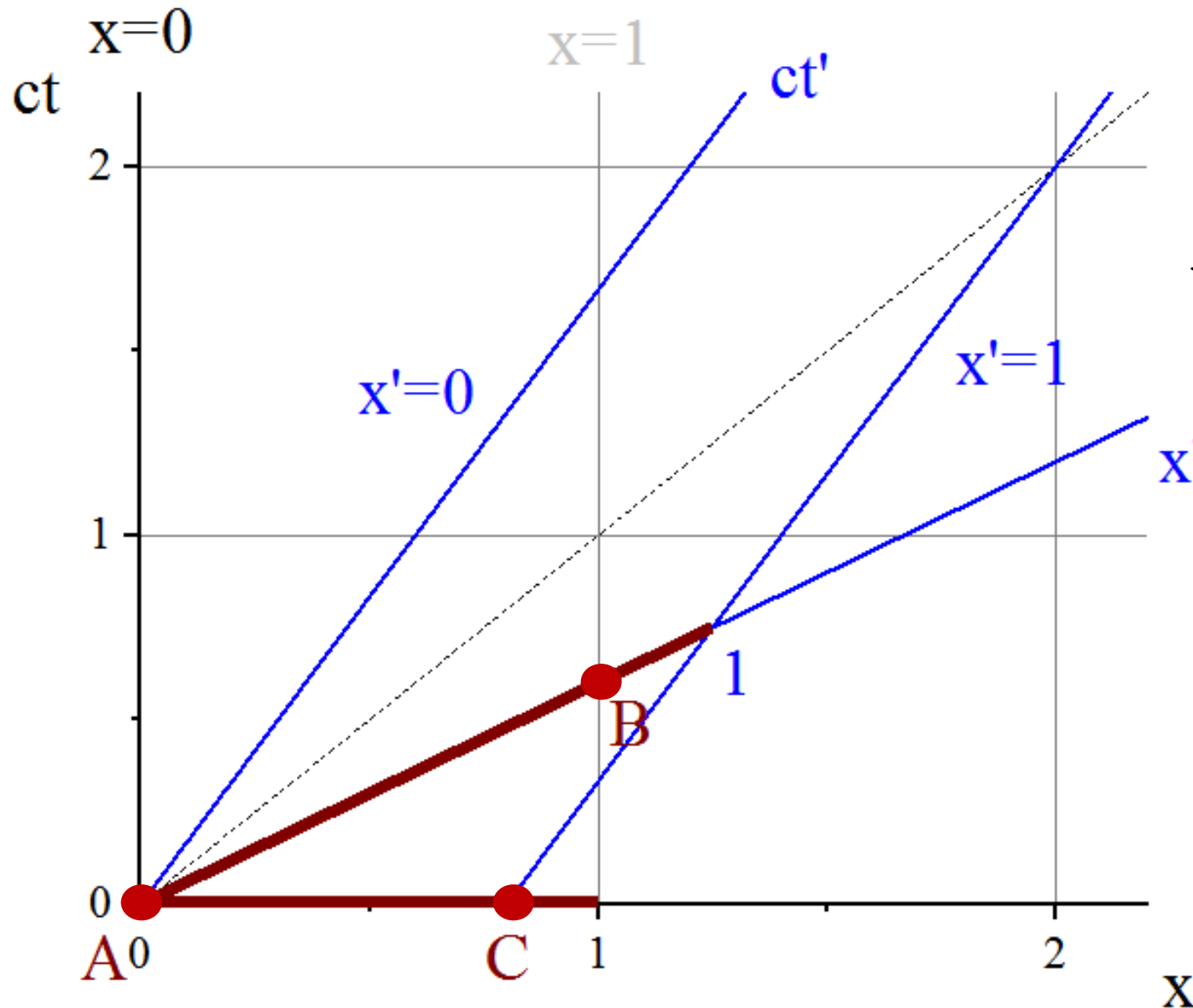
$$ct = -\frac{1}{\gamma\beta} + \frac{x}{\beta}$$

Tak została wyznaczona prosta  $x'=1$ .

Aby znaleźć współrzędną  $x$  zdarzenia należy je rzutować na oś  $x$  równoległe do osi  $ct$ . Analogicznie Współrzędną  $x'$  znajdujemy poprzez rzutowanie Równoległe do osi  $ct'$ .

Uwaga! Jednostki na osiach  $x$  i  $x'$  mają różne długości.

## Kontrakcja przestrzeni II



Założmy, że w układzie O w chwili  $ct=0$  leży linijka. Jej końce spoczywają w punktach  $x=0$  i  $x=1$ . Jej długość wynosi 1. Proste  $x=0$  i  $x=1$  to jej linie świata.

Obserwator  $O'$  aby zmierzyć długość linijki musi jednocześnie (według swojego układu) zmierzyć położenia jej końców. W chwili  $t'=0$  są o  $x'=0$  oraz  $x'<1$  (zwróć uwagę na jednostkę!). Stąd obserwator  $O'$  uważa, że długość linijki  $<1$ .

Analogicznie gdy linijka spoczywa w układzie  $O'$ , w chwili  $ct'=0$  jej końce spoczywają w punktach  $x'=0$  oraz  $x'=1$ . Długość linijki wynosi 1 (jednostka obserwatora  $O'$ ).

Obserwator O zmierzy położenie końców linijki: i tak w chwili  $t=0$  są to punkty A ( $x=0$ ) i C ( $x<1$ ). Długość linijki jest więc  $<1$ .

**Długość ciała jest największa w układzie, w którym to ciało spoczywa!**